

ANALISI NUMERICA 1 (9 cfu)

programma a.a. 2015/16

prof. M. Zennaro

Rappresentazione dei numeri reali ed aritmetica di macchina

Rappresentazione dei numeri in una generica base. Numeri interi e numeri reali. I numeri di macchina. Rappresentazione interna all'elaboratore. Overflow e underflow. Troncamento ed arrotondamento. Precisione di macchina. Aritmetica di macchina.

Errori di arrotondamento e loro propagazione

Condizionamento delle operazioni elementari. Stabilità dei problemi. Indici di condizionamento. Stabilità degli algoritmi. Analisi in avanti.

L'ambiente di programmazione MATLAB

Comandi ed istruzioni principali.

Richiami di algebra lineare

Norme di vettori e di matrici. Autovalori e raggio spettrale. Relazioni fra norme e raggio spettrale. Matrici hermitiane e definite positive e loro proprietà.

Risoluzione numerica di sistemi lineari

Condizionamento dei sistemi lineari. Numero di condizionamento. Risoluzione di sistemi triangolari. Il metodo di eliminazione di Gauss. Fattorizzazione LU e fattorizzazione RR^H per matrici definite positive. Strategie del pivot. Risoluzione dei sistemi lineari sovradimensionati nel senso dei minimi quadrati. Sistema delle equazioni normali.

Calcolo di autovalori ed autovettori

Teoremi di Gerschgorin per la localizzazione degli autovalori. Metodo delle potenze, delle potenze inverse e varianti.

Approssimazione di funzioni ed interpolazione.

Spazi di funzioni a dimensione finita: polinomi algebrici e funzioni polinomiali a tratti. Densità dei polinomi algebrici e delle funzioni polinomiali a tratti in $C[a,b]$ ed in $L_2[a,b]$. Cenni sul problema della miglior approssimazione di funzioni in sottospazi a dimensione finita: esistenza del polinomio generalizzato di miglior approssimazione, unicità nel caso dei polinomi algebrici in $C[a,b]$ ed in $L_2[a,b]$. Interpolazione mediante polinomi algebrici. Forma di Lagrange. Operatore lineare di interpolazione, numeri di Lebesgue. Resto dell'interpolazione. Cenni sui polinomi di Cebicev. Convergenza degli schemi interpolatori: teoremi di Faber, di Natanson, di Jackson. Fenomeno di Runge. Calcolo del polinomio interpolante: formula di Newton alle differenze divise.

Soluzione di equazioni nonlineari

Metodo di bisezione. Metodo delle corde, delle secanti e delle tangenti. Maggiorazioni degli errori e criteri di arresto. Teoria generale dei metodi iterativi. Punti fissi attrattivi e repulsivi. Ordine di convergenza.

Formule di quadratura

Forma generale di una formula. Ordine polinomiale. Formule interpolatorie. Ordine polinomiale delle formule interpolatorie. Cenni sulle formule gaussiane. Formule di Newton-Cotes. Convergenza delle formule di quadratura: teorema generale, teorema di Kusmin per le formule di Newton-Cotes. Formule composite. Espressione del resto. Formule dei trapezi e di Simpson. Quadratura adattiva.

Metodi numerici per equazioni differenziali ordinarie ai valori iniziali

Introduzione ai problemi ai valori iniziali. Condizione di Lipschitz. Teoremi di esistenza e unicità e di dipendenza continua dai dati iniziali (senza dimostrazioni). Metodo iterativo di Picard. Costante di Lipschitz destra e relativa limitazione sulla crescita delle soluzioni. Calcolo delle costanti di Lipschitz per problemi lineari. Metodi di Eulero esplicito e di Eulero implicito. Concetto di *stiffness* e confronto tra i due metodi di Eulero applicati a problemi *stiff*. Metodi ad un passo in generale. Ordine di consistenza e di convergenza. Teorema generale di convergenza con passo variabile. Metodi Runge-Kutta espliciti, impliciti e diagonali-impliciti. Cenni sulle condizioni dell'ordine per i metodi Runge-Kutta.

Bibliografia

- V. Comincioli: Analisi Numerica, McGraw-Hill, Milano, 1990
- Dispense del docente